

デジタル回路

第05講

論理式の簡単化（論理圧縮）



専門学校 静岡電子情報カレッジ

ITゲーム&ロボットシステム学科

ロボットシステム研究 & ITスペシャリスト研究

有賀 浩

第05講 論理式の簡単化（論理圧縮）

1. 論理式の簡単化（論理圧縮）とは
2. 論理式・論理演算のルールと手法
3. 論理式の簡単化実践
4. 論理式の簡単化と回路

1

論理式の簡単化（論理圧縮）とは

論理圧縮、簡単化

ブール代数・論理数学により

論理式を**単純化**（論理圧縮、簡単化）する

論理式の単純化 = ハードウェアの単純化

ハードウェア単純化のメリット

小型・軽量化

低消費電力（バッテリー長持ち、発熱しにくい）

高速化

低コスト

信頼性向上（壊れにくい、エラーしにくい）

2

論理式・論理演算のルールと手法

論理演算の基本（復習、これらが大前提！）

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1$$

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

論理演算の基本 (復習)

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A \cdot A = A$$

$$A + A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

$$A + \bar{A} = 1$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{\overline{\overline{A}}} = \bar{A}$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A + B = B + A$$

簡単化手法 1.変数を消去

$$\textcircled{1} A + \bar{A} = 1$$

$$A \cdot B + \overline{A \cdot B} = ?$$

$$\textcircled{2} 1 + A = 1$$

$$1 + A \cdot B \cdot C = ?$$

$$\textcircled{3} A \cdot \bar{A} = 0$$

$$A \cdot B \cdot \overline{A \cdot B} = ?$$

【重要】 置き換えて考える

$A \cdot B = X$ とおくと、

$$A \cdot B + \overline{A \cdot B} = X + \bar{X}$$

簡単化手法 2.変数を減らす

$$\textcircled{1} A + A = A$$

$$\textcircled{2} A \cdot A = A$$

$$\textcircled{3} \overline{A} + \overline{A} = \overline{A}$$

$$\textcircled{4} \overline{A} \cdot \overline{A} = \overline{A}$$

$$A \cdot B + A \cdot B =$$

$$A \cdot B \cdot A \cdot B =$$

$$\overline{A \cdot B} + \overline{A \cdot B} =$$

$$\overline{A + B \cdot C} \cdot \overline{A + B \cdot C} =$$

簡単化手法 3.定理・法則を使う

$$A + B = B + A, \quad A \cdot B = B \cdot A$$

交換法則（律）

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

分配法則（律）

$$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$$

分配法則（律）

$$A + A \cdot B = A, \quad A \cdot (A + B) = A$$

吸収法則（律）

4

論理式の簡単化実践

简单化实践 (1)

$$\overline{A} + \overline{A} \cdot B = \overline{A}$$

吸收法則 (律)

$$A \cdot (A + \overline{B}) = A$$

$$(\overline{A} + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) = \overline{A} + B \cdot \overline{B} = \overline{A}$$

分配法則 (律)

简单化实践 (2)

$$f = A \cdot B + \mathbf{A} \cdot \mathbf{\bar{B}} + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$= A \cdot B + \mathbf{A} \cdot \mathbf{\bar{B}} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{\bar{B}} + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$= A \cdot (B + \bar{B}) + \bar{B} \cdot (A + \bar{A})$$

$$= A + \bar{B}$$

简单化实践 (3)

$$\begin{aligned} f = & A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \end{aligned}$$

$$f = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

$$A \cdot B$$

$$\begin{aligned} f = & A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \end{aligned}$$

$$B \cdot \bar{C}$$

$$\begin{aligned} f = & A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \end{aligned}$$

$$A \cdot \bar{C}$$

$$\begin{aligned} f = & A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ & + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \end{aligned}$$

$$\bar{A} \cdot \bar{C}$$

$$\begin{aligned} f &= A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\ &\quad + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\ &\quad + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \\ &= A \cdot B + B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \end{aligned}$$

さらに...

$$\begin{aligned}
f &= A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\
&\quad + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\
&\quad + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \\
&= A \cdot B + B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \\
&= A \cdot B + B \cdot \bar{C} + \bar{C}
\end{aligned}$$

さらに...

$$\begin{aligned}
f &= A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} \\
&\quad + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \\
&\quad + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \\
&= A \cdot B + B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \\
&= A \cdot B + B \cdot \bar{C} + \bar{C} \\
&= A \cdot B + \bar{C}
\end{aligned}$$

ここまで

3

論理式の簡単化と回路

基本となる論理式

$$f = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \\ + A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$$

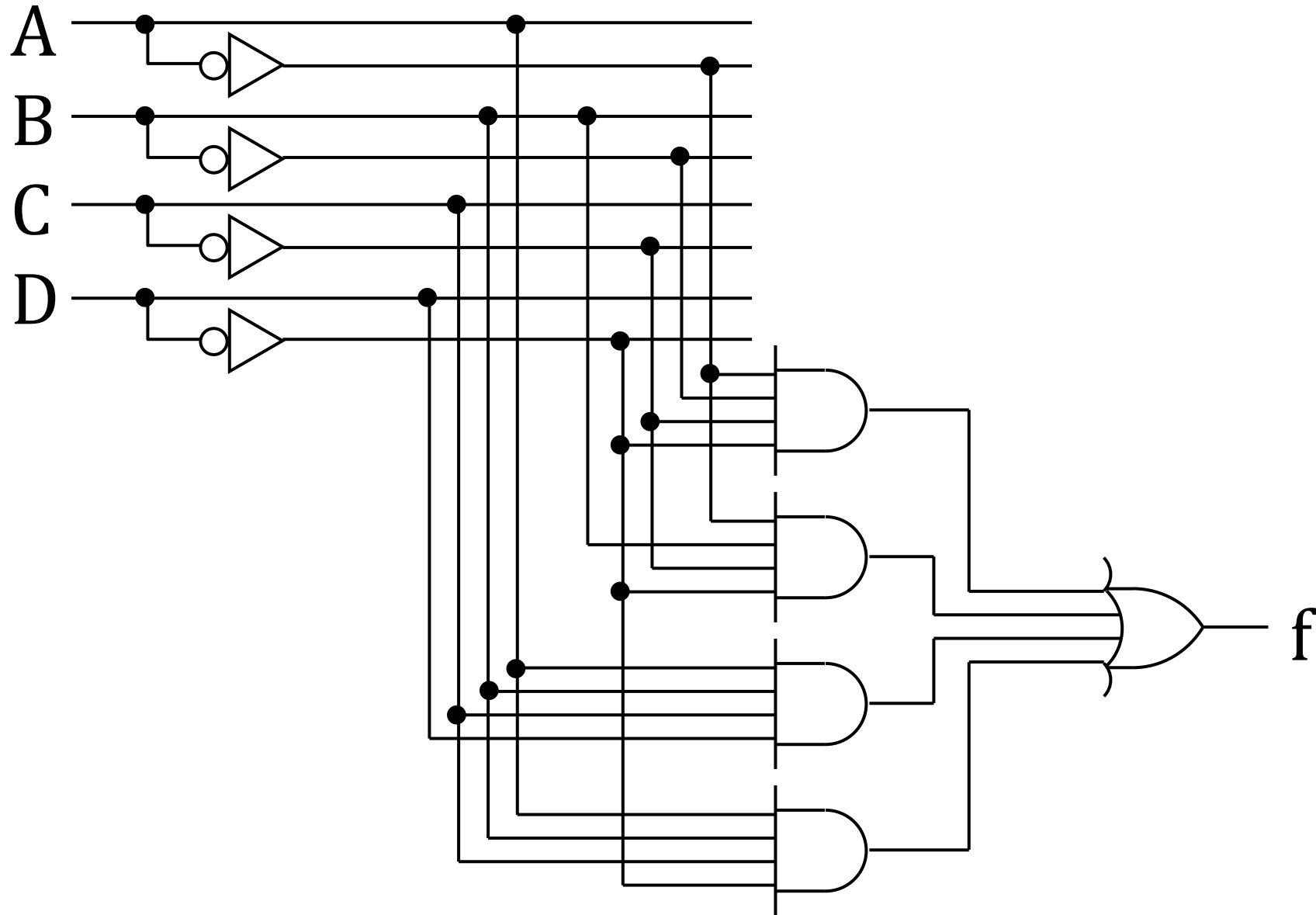
変数が4つ → 入力が4つ

4入力のANDが4セット

まとめるのは4入力のOR

回路図はこうなる！

$$f = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$$



簡単化の手順

論理が同じ「変数の組み合わせ」を見つける

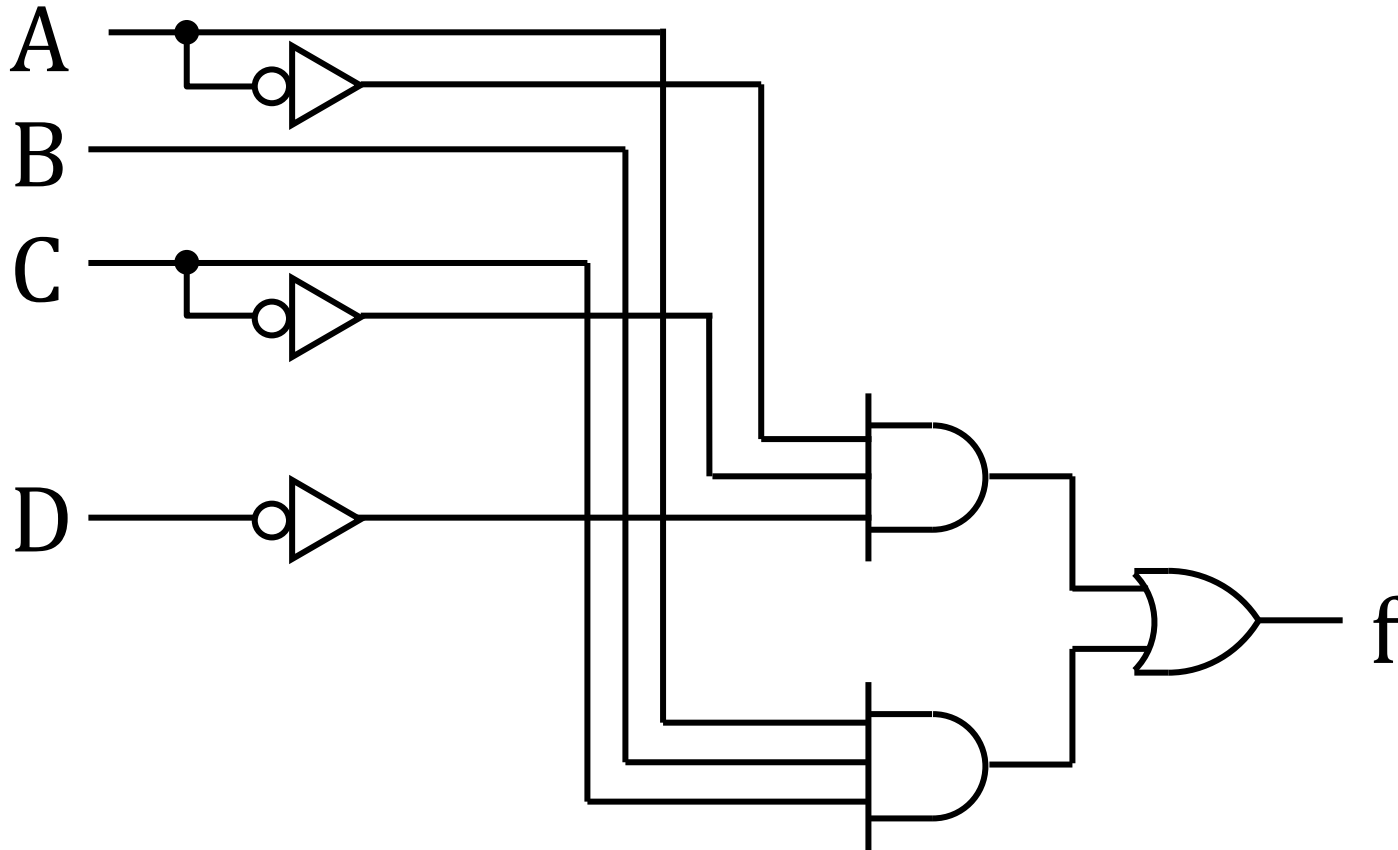
$$f = \underline{\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}} + \underline{\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}} \\ + \underline{A \cdot B \cdot C \cdot D} + \underline{A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}}$$

簡単化の結果

$$\begin{aligned} f &= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \\ &\quad + A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} \\ &= \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot (\bar{B} + B) + A \cdot B \cdot C \cdot (D + \bar{D}) \\ &= \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C \end{aligned}$$

簡単化した後の回路図

$$f = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C$$



第05講 論理式の簡単化（論理圧縮）

1. 論理式の簡単化（論理圧縮）とは
2. 論理式・論理演算のルールと手法
3. 論理式の簡単化実践
4. 論理式の簡単化と回路